

8. DAVID HILBERT

David Hilbert (1862-1943) asistió a una academia en su pueblo natal de Königsberg. Después de la graduación, Hilbert abandonó la academia e ingresó en la Universidad de Königsberg, donde estudió bajo la dirección de **Lindemann**. Obtuvo su doctorado en 1885 con una tesis doctoral titulada *Über invariante Eigenschaften spezieller binärer Formen, insbesondere der Kugelfunctionen*, que hizo progresar la teoría de los invariantes algebraicos. Uno de los amigos de Hilbert fue **Minkowski**, que también fue estudiante de doctorado en la Universidad de Königsberg; sus trabajos tuvieron una enorme influencia en el desarrollo posterior de las matemáticas.

En 1884 **Hurwitz** fue admitido en la Universidad de Königsberg y pronto estableció amistad con Hilbert, influyendo notablemente en el desarrollo matemático de Hilbert. Hilbert fue miembro directivo de la Universidad desde 1886 hasta 1895, alcanzando las categorías de Profesor Extraordinario en 1892 y de Catedrático en 1893.

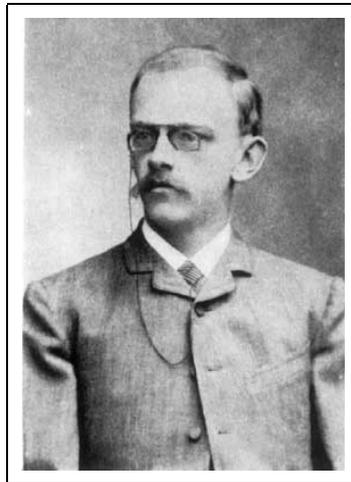


Figura 14: Imagen de D. Hilbert en 1886

En 1892 **Schwarz** se trasladó de Gotinga a Berlín para ocupar la vacante dejada por **Weierstrass**, y **Klein** deseaba ofrecer a Hilbert la vacante de Gotinga. Sin embargo, Klein no pudo convencer a sus colegas y **Heinrich Weber** fue seleccionado para ocupar dicho puesto. Tres años después, Weber se trasladó a una vacante en Estrasburgo y entonces sí consiguió que Hilbert fuese seleccionado para ocupar el puesto de Weber. De este modo, Hilbert fue nombrado profesor de la Universidad de Gotinga en 1895, donde estuvo enseñando durante el resto de su carrera docente.

La eminente posición que ocupaba Hilbert en el mundo de las matemáticas desde 1900 hacía que otras instituciones quisieran convencerlo de que abandonara Gotinga y, en 1902, la Universidad de Berlín le ofreció la Cátedra de Fuchs. Hilbert se trasladó a la plaza de Berlín, pero sólo hasta que la Universidad de Gotinga quiso recuperarlo ofreciéndole una cátedra a él y otra a su amigo Minkowski.

El primer trabajo de Hilbert sobre teoría de los invariantes, en 1888, contenía su famoso Teorema de la Base. Veinte años antes **Gordan** había probado el teorema de la base finita para formas binarias utilizando una aproximación altamente computa-

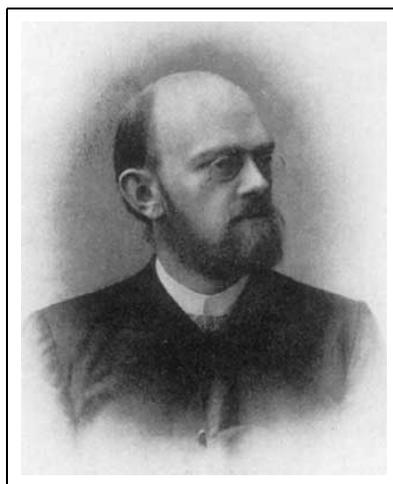


Figura 15: Imagen de D. Hilbert en 1900

cional. Los diversos intentos que se sucedieron después para intentar generalizar el teorema de Gordan para sistema de más de dos variables fueron un fracaso, debido a la complejidad de la aproximación computacional. De hecho, los primeros intentos de Hilbert se basaron en las ideas de Gordan, pero pronto se percató que era necesario analizar el problema desde un nuevo punto de vista. Descubrió un método completamente nuevo que demostraba el teorema de la base finita para cualquier número de variables, pero de un modo enteramente abstracto. No obstante, y aunque sus métodos garantizaban la existencia de una base finita, él nunca construyó una tal base.

Hilbert sometió su artículo a la revista *Mathematische Annalen*. Sin embargo, Gordan era el experto de dicha revista en la teoría de invariantes, y encontró el revolucionario método de Hilbert poco interesante. Revisó el artículo de Hilbert y envió los siguientes comentarios a Klein:

*El problema no es la forma . . . sino algo mucho más profundo. Hilbert ha desdeñado presentar sus ideas siguiendo las reglas formales, y piensa que es suficiente con que nadie contradice su demostración . . . está contento pensando que la importancia y corrección de sus proposiciones son suficientes . . . para un trabajo en *Annalen* no es suficiente.*

Sin embargo, Hurwitz le hizo saber a Hilbert de este informe de Gordan, y el propio Hilbert le envió una carta a Klein en términos muy duros:

. . . No estoy preparado para alterar o eliminar nada, y en relación con el artículo, y con toda modestia, esta es mi última palabra, ya que no se ha producido ninguna objeción definitiva e irrefutable contra mi razonamiento.

Klein recibió las cartas de Hilbert y Gordan al mismo tiempo, pero mientras Hilbert era un profesor ayudante, Gordan el líder mundial reconocido experto en teoría de invariantes, y además era amigo íntimo de Klein. Sin embargo, Klein reconoció la

importancia del trabajo de Hilbert y le aseguró que su trabajo aparecería en Annalen sin cambios, como así fue.

Hilbert desarrolló sus métodos en un trabajo posterior, que también sometió a Annalen, y Klein, después de leer el manuscrito, escribió a Hilbert diciéndole:

No tengo ninguna duda que éste es el trabajo sobre álgebra general más importante que ha sido publicado nunca en los Annalen.

En 1893, todavía en la Universidad de Königsberg, Hilbert comenzó el trabajo *Zahlbericht on algebraic number theory*. La Sociedad Matemática Alemana requirió este trabajo tres años después de que la Sociedad se creara en 1890. El trabajo *Zahlbericht* (1897) es una brillante síntesis de los trabajos de **Kummer**, **Kronecker** y **Dedekind**, pero contiene numerosas ideas propias de Hilbert, que se han mantenido hasta nuestros días. Rowe describe este trabajo en los siguientes términos:

...no es realmente un Bericht en el sentido usual de la palabra, sino más bien una obra de investigación original que revela que Hilbert no era un mero especialista. ... [Hilbert] no sólo sintetiza los resultados de investigaciones anteriores ... sino que crea nuevos conceptos que constituyen las líneas de investigación en teoría algebraica de números durante los años posteriores.



Figura 16: Imagen de D. Hilbert en 1926

El moderno tratamiento de la geometría euclidiana que ha recibido la aceptación más amplia se debe a Hilbert. El profesor Hilbert dio varias conferencias sobre los fundamentos de la geometría euclidiana en la Universidad de Gotinga durante el periodo de invierno de 1898-1899. Estas conferencias se reordenaron y publicaron en un delgado volumen en junio de 1899, bajo el título *Grundlagen der Geometrie (Fundamentos de la Geometría)*. Esta obra, en sus diversas revisiones mejoradas, es en la actualidad clásica en su campo; ha hecho más que cualquier otro trabajo desde el descubrimiento de la geometría no euclídea para promover el método moderno y para dar forma al carácter de gran parte de las matemáticas actuales. La influencia de este libro fue inmediata. Una edición francesa apareció poco después de la publicación

alemana, y una versión inglesa, traducida por E.J. Townsend, apareció en 1902. La obra tuvo siete ediciones alemanas en vida del autor, apareciendo la séptima edición en 1930. Desarrollando un conjunto de postulados para la geometría euclídea que, en esencia, no se separan mucho de los propios de Euclides y empleando un mínimo de simbolismo, Hilbert tuvo éxito para convencer a los matemáticos, en mayor grado del que tuvieron Pasch y Peano, de la naturaleza puramente hipotético-deductiva de la geometría. Pero la influencia de la obra de Hilbert fue más allá de esto, pues apoyada por la gran autoridad matemática del autor, implantó firmemente el método postulacional no sólo en el campo de la geometría, sino esencialmente también en todas las demás ramas de las matemáticas. El estímulo para el desarrollo de los fundamentos de las matemáticas proporcionado por el pequeño libro de Hilbert es difícil de sobrestimar. Faltándole el extraño simbolismo de los trabajos de Pasch y Peano, el de Hilbert puede leerse, en gran parte, por cualquier alumno inteligente que estudie geometría a nivel medio.

En el Segundo Congreso Internacional de Matemáticas celebrado en París en 1900 Hilbert pronunció su famosa conferencia, en la que intentó, basándose en las principales tendencias de las investigaciones matemáticas de fines del siglo XIX, predecir de alguna manera la o las direcciones futuras de los progresos matemáticos. Para ello, propuso veintitrés problemas que, a sus ojos, representaban los puntos de discusión que podrían eventualmente hacer progresar las matemáticas. Su conferencia estuvo llena de optimismo por las matemáticas del siglo que comenzaba y sentía que los problemas abiertos eran un signo de la vitalidad del área:

La gran importancia de los problemas planteados para el progreso de la ciencia matemática en general . . . es innegable . . . ya que cuando una rama del conocimiento proporciona un excedente de tales problemas, mantiene su vitalidad . . . cualquier matemático ciertamente comparte la convicción de que cualquier problema matemático puede ser resuelto . . . oímos dentro de nosotros un grito constante: hay un problema, busquemos la solución, que puede encontrarse a través del razonamiento.

Los problemas sugeridos por Hilbert provienen de los diferentes sectores de las matemáticas, y se adivina fácilmente la profundidad y complejidad de su contenido. Se incluye la hipótesis del continuo, la buena ordenación de los números reales, la conjetura de Goldbach, la trascendencia de las potencias de números algebraicos, la hipótesis de Riemann, la extensión del principio de Dirichlet y muchos otros. Muchos de estos problemas han sido resueltos durante estos años pasados, y cada vez que un nuevo problema es resuelto supone un momento glorioso para las matemáticas.

Hoy día, el nombre de Hilbert es a menudo recordado y asociado a los *espacios de Hilbert*. Irving Kaplanski explica el trabajo de Hilbert que condujo a esta situación:

El trabajo de Hilbert en ecuaciones integrales, alrededor de 1909, condujo directamente a la investigación en análisis funcional en el siglo XX (la rama de las matemáticas en la cual las funciones son estudiadas colectivamente). Este trabajo estableció asimismo las bases para su trabajo sobre espacios de dimensión infinita, posteriormente denominados espacios de Hilbert, un concepto sumamente útil en análisis matemático y mecánica cuántica. Haciendo uso de sus resultados sobre ecuaciones integrales, Hilbert contribuyó al desarrollo de la física matemática me-

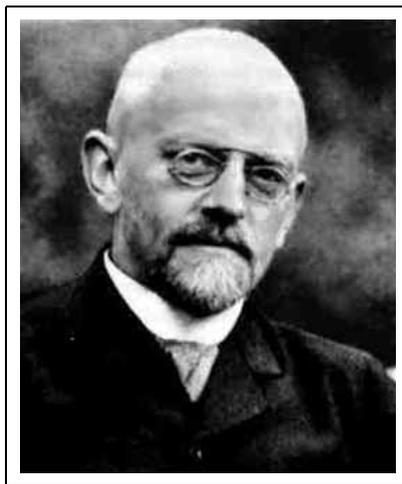


Figura 17: Imagen de D. Hilbert en 1930

diante sus importantes memorias sobre la teoría cinética de los gases y la teoría de radiaciones.

En 1915 Hilbert descubrió las ecuaciones correctas del campo en teoría de la relatividad general. En este punto, en los últimos años existe una controversia sobre si fue Hilbert el primero, antes que Einstein, que las describió correctamente.

En 1934 y 1939 se publicaron dos volúmenes de *Grundlagen der Mathematik* que pretendían conducir a la “teoría de la demostración”, un método para probar la consistencia de las matemáticas. El artículo de Gödel de 1931 demostraría que este objetivo era imposible, ya que demostró que en el interior de un sistema siempre existe al menos una proposición (es decir, un enunciado verdadero) que no puede ser demostrada basándose únicamente en los axiomas del sistema.

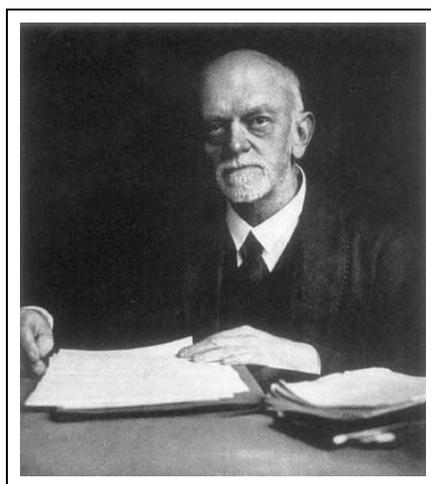


Figura 18: Imagen de D. Hilbert en 1932

Hilbert contribuyó a muchas ramas de las matemáticas, incluyendo la teoría de invariantes, los cuerpos algebraicos de números, el análisis funcional, las ecuaciones integrales, la física matemática, y el cálculo de variaciones. Las habilidades ma-

temáticas de Hilbert fueron hábilmente recogidas por **Otto Blumenthal**, su primer estudiante:

En el análisis del talento matemático se debe distinguir entre la habilidad para crear nuevos conceptos que generan nuevos tipos de estructuras de pensamiento y el talento para detectar conexiones profundas que dan unidad. En el caso de Hilbert, su grandeza radica en un inmenso poder de visión que penetra en las profundidades del problema. Todos sus trabajos contienen ejemplos de campos alejados en los cuales fue capaz de encontrar las interrelaciones y conexiones con el problema analizado. A partir de éstos, la síntesis, su obra de arte, era creada. En la medida en que nos referimos a la creación de nuevas ideas, pondría a Minkowski en un lugar más alto, junto a Gauss, Galois y Riemann. Pero cuando nos quedamos con la perspicacia penetrante, sólo unos pocos entre los más grandes pueden compararse con Hilbert.

Entre los estudiantes de Hilbert podemos citar a **Hermann Weyl**, el famoso campeón mundial de ajedrez Lasker, y **Zermelo**.

Hilbert recibió muchos honores. En 1905 la Academia Húngara de Ciencias le concedió una distinción especial. En 1930 Hilbert se retiró y la ciudad de Königsberg lo nombró ciudadano honorario de la ciudad. Dio un discurso de agradecimiento que finalizaba con seis palabras famosas que demuestran su entusiasmo por las matemáticas y su dedicación en vida para la resolución de problemas matemáticos:

Wir müssen wissen, wir werden wissen - Nosotros debemos conocer, nosotros conoceremos.

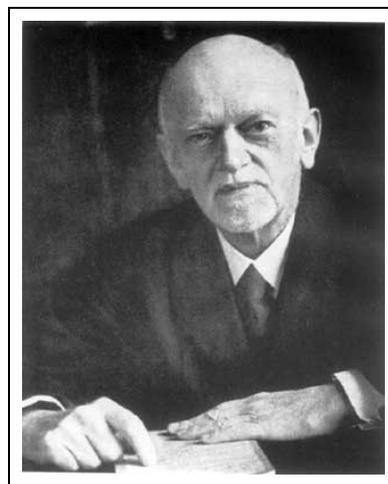


Figura 19: Imagen de D. Hilbert en 1937

Bibliografía

Carl B. Boyer. *A History of Mathematics*. Princeton University Press, 1985. pp. 654–661.

Florian Cajori. *A History of Mathematics*. Chelsea Publishing Company, 1995.

Jean-Paul Collete. *Historia de las matemáticas*, vol. II. Siglo veintiuno de España Editores, S.A., 1985. pp. 577–586.

Internet. URL de la página:

www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Hilbert.html