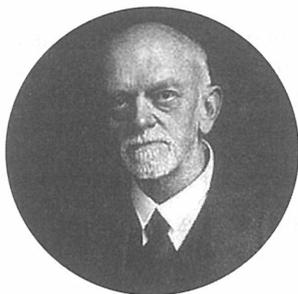


## HILBERT

Baltasar Rodríguez-Salinas



*David Hilbert en una foto de 1932.*

David Hilbert nació el 23 de enero de 1862 en Königsberg (Alemania). Procedía de una familia protestante de clase media que se había instalado en el siglo XVII cerca de Freiberg, Sajonia. Su bisabuelo Christian David se trasladó a Königsberg, al este de Prusia. El abuelo y el padre de Hilbert fueron jueces en Königsberg. Desde 1870, Hilbert asistió al Friedrichskolleg en Königsberg, y el último año de estudios secundarios lo realizó en Wilhelms-Gymnasium. Sufrió mucho durante su Bachillerato en Königsberg a causa de la obligación del aprendizaje meramente memorístico. Ya en sus años escolares se manifestó Hilbert como una personalidad tenaz, enérgica y decidida, manifestando durante ellos una gran afición artística y literaria. En 1880 se examinó para su ingreso en la Universidad. Estudió en la Universidad de Königsberg de 1880 a 1884, excepto el segundo semestre que fue a Heidelberg. Como profesores tuvo allí entre otros a H. Weber, F. Lindemann y A. Hurwitz.

Königsberg, la Universidad donde Inmanuel Kant había estudiado y enseñado se convirtió en un centro de enseñanza de las matemáticas debido a la actividad de Jacobi (1827-1842). Cuando Hilbert comenzó sus estudios allí, el algebrista Heinrich Weber, colaborador de Dedekind en la teoría de funciones, era profesor de Königsberg. En 1883 Weber lo dejó. Su sucesor fue Lindemann, un famoso pero caótico matemático que el año anterior había tenido la fortuna de probar la trascendencia de  $\pi$  y con ello de la resolución de un problema famoso, el de la cuadratura del círculo. Lindemann realizó una sorprendente actividad de seminarios. Bajo su influencia Hilbert se interesó en la teoría de invariantes, su primera área de investigación. En aquel tiempo Königsberg tuvo un brillante estudiante Hermann Minkowski, dos años más joven que Hilbert pero dos trimestres por delante de éste, el cual recibió el Gran Premio de la Academia de París en 1883. En 1884 Hurwitz, tres años mayor que Hilbert y un maduro matemático en aquel tiempo, fue nombrado profesor extraordinario en Königsberg. Él fue el guía de Hilbert durante ocho años en todo lo que concernía a las matemáticas. Minkowski y Hurwitz tuvieron una enorme influencia en el desarrollo matemático de Hilbert.

Cuando en 1892 Hurwitz fue llamado a Zurich, Hilbert le substituyó como profesor extraordinario en Königsberg. En 1893 Hilbert fue ascendido a profesor ordinario, sucediendo a F. Lindemann. En 1895 tuvo lugar un cambio decisivo en la vida de Hilbert con el nombramiento en la Universidad de Gotinga a propuesta de F. Klein. Pese a las muchas honrosas ofertas de otras

2

Universidades y Academias, Hilbert permaneció en Gotinga. Su jubilación tuvo lugar en 1930, pero continuó impartiendo cursos hasta 1934. El 14 de Febrero, de pie junto al féretro, A. Sommerfeld hizo un resumen de la obra de Hilbert.

El matemático cuyo trabajo más influyó a Hilbert fue Leopold Kronecker, aunque Hilbert simpatizaba con el trabajo de Georg Cantor sobre teoría de conjuntos que era muy criticado por Kronecker.

La actividad científica de Hilbert puede dividirse en seis periodos: hasta 1893 (en Königsberg), formas algebraicas; 1894-1899, teoría algebraica de números; 1899-1903, fundamentos de la geometría; 1904-1909, análisis (principio de Dirichlet, cálculo de variaciones, ecuaciones integrales, problema de Waring); 1912-1914, física teórica; después de 1918, fundamentos de la matemática.



*Tras la II Guerra Mundial la ciudad alemana de Königsberg pasó a formar parte de la Unión Soviética con el nombre de Kaliningrado. Tras la desmembración de esta última forma parte de Rusia, aunque su territorio es un enclave separado del resto del país.*

En la teoría de invariantes, Hilbert había dejado perplejos a sus contemporáneos por un revolucionario tratamiento, apodado “teológico” por P. Gordan, el “rey de los invariantes”. El nuevo tratamiento de Hilbert era muy diferente: un método directo subyacente, no algorítmico, que prepararía lo que se llama álgebra abstracta en el siglo XX. Ha sido frecuentemente considerado un misterio que, después de su conferencia de Chicago, Hilbert dejase la teoría de invariantes y nunca más volviese a ella

Aplicado al anillo de los invariantes el teorema fundamental de Hilbert dice que cualquier invariante  $I$  puede ser representado en la forma

$$A_1 I_1 + \dots + A_k I_k,$$

donde  $A_1, \dots, A_k$  son polinomios que pueden ser elegidos de menor grado que  $I$ . Los nuevos invariantes  $A_1, \dots, A_k$  pueden ser expresados mediante  $I_1, \dots, I_k$  de la misma forma que  $I$ ; este proceso puede continuarse hasta que los grados de los coeficientes sean cero. Esta moderna forma de proceder se debe a Hurwitz.

Además los resultados de Hilbert relacionaban los invariantes con campos de funciones algebraicas, en particular, el "Nullstellensatz": Si un polinomio  $f$  se anula en todos los ceros de un ideal de polinomios  $M$ , entonces alguna potencia de  $f$  pertenece al ideal.

Hilbert pasó de la teoría de invariantes a la teoría de números. En 1893 en el Congreso de Munich, Hilbert y Minkowski fueron encargados de emitir un informe sobre teoría de números en el plazo de dos años. Minkowski pronto se retiró, aunque leyó las demostraciones de lo que sería conocido como *Der Zahlbericht*, fechado por Hilbert el 10 de abril de 1897. Dicho documento es más que un informe; es un clásico, una obra maestra de la literatura matemática. En él Hilbert recopila todos los conocimientos relevantes sobre teoría algebraica de números, reorganizados bajo espectaculares nuevos puntos de vista, rehaciendo formulaciones y demostraciones, y dejando los cimientos para el entonces creciente edificio de la teoría de cuerpos.

Es difícil, si no imposible, en un pequeño recuento evocar una ligera idea de lo que Hilbert forjó en teoría algebraica de números. Las propias contribuciones de Hilbert a dicha teoría son tan magníficas que a pesar de los logros de sus predecesores, uno tiene la impresión que la teoría comenzó con él —aún más que la teoría de invariantes que él completó—. El trabajo de Hilbert se centra en la ley de reciprocidad y culmina en la idea de cuerpo de clases.

La teoría algebraica de números fue la culminación de la actividad de Hilbert. La abandonó cuando ya no quedaba casi nada por hacer. De todos modos encomendó a discípulos y colegas la continuación de su trabajo pionero en la teoría de cuerpos; entre tanto había centrado su atención en los fundamentos de la geometría y allí se dirigió. El impacto de su trabajo en los fundamentos de la geometría no es comparable con sus trabajos en la teoría de invariantes, en la teoría algebraica de números y en el análisis matemático. Difícilmente hay algún resultado de *Grundlagen der Geometrie* (*Los fundamentos de la geometría*) que no hubiese sido posible descubrir en tiempos de Hilbert si no lo hubiese hecho él. Pero lo que importa es que fue él quien lo escribió y que es un magnífico libro.

En 1904 Hilbert dejó asombrado al mundo matemático cuando rescató el principio de Dirichlet que había caído en descrédito después de las críticas de Weierstrass. Antes de Weierstrass se había supuesto en el cálculo de variaciones que todo funcional tenía un mínimo, esto es, que el ínfimo de sus valores era un valor de él. Hilbert enriqueció también la teoría clásica de variaciones, pero su contribución más importante al análisis son las ecuaciones integrales,

que trató en una serie de artículos entre los años 1904 y 1910. Hilbert recopiló sus vastos resultados en la monografía *Elementos de una teoría general de las ecuaciones integrales lineales* (1912).

Parece extraño hoy el paso de Hilbert al espacio de sucesiones numéricas, pero entonces se necesitaba de forma imperiosa; el espacio de Hilbert tal y como lo conocemos hoy era impensable antes del teorema de Fisher-Riesz (1907), y su formulación abstracta data de 1920.

Desde 1909 Hilbert desarrolló un gran interés por la física teórica, aplicando sus métodos a ella. Los resultados sólo fueron publicados parcialmente. Finalmente, en el año 1924, se publicaron los *Métodos de la Física Matemática*, escritos en colaboración con R. Courant y en los se exponían sistemáticamente sus métodos y resultados perfeccionados, así como también los de sus discípulos y colaboradores.

A comienzos de los años 20 Hilbert reanudó de nuevo con redobladas energías sus investigaciones sobre los fundamentos de las matemáticas, aunque ahora en un sentido mucho más general y con objetivos mucho más ambiciosos que unos veinte años antes. No obstante, generalmente no alcanzan la inventiva de sus trabajos anteriores en matemáticas. Esto se hace evidente con el paso de los años. Y sobre todo después de los trabajos de Gödel.

2 Los biógrafos de la época de Hilbert son más o menos convencionales pero nunca bizantinos. La tradición oral es más característica y ha sido recogida por Constance Reid, quien en su biografía da una idea de Hilbert y su mundo. En ella incluye una reimpresión de la necrológica de H. Weyl, quien es el experto más importante de su trabajo y refleja la influencia personal que Hilbert tenía sobre sus estudiantes y colaboradores: "Hilbert era como la flauta del flautista de Hamelin seduciendo las ratas al gran y profundo río de las matemáticas. Una prueba de ello son las sesenta y nueve tesis dirigidas por él, muchas de ellas de estudiantes que llegaron a ser matemáticos famosos.

Con este espíritu repetimos las palabras grabadas sobre su tumba en Gotinga, que rechazaban el insensato *Ignorabimus*: "Debemos saber. Sabremos".